МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

С. В. ВОРОБЬЕВ О. П. КОРМИЛИЦЫН

АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ И ЖЕСТКОСТИ СТЕРЖНЕЙ

Учебно-методическое пособие

Санкт-Петербург
Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
2016

УДК 539.3 (07)
ББК В251.62я7
В75

Воробьев С. В., Кормилицын О. П.
В75 Анализ прочности и жесткости стержней: учеб.-метод. пособие. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2016. 32 с.

ISBN 00

Рассмотрены методы решения статически определимых задач при растяжении (сжатии), кручении и изгибе стержневых систем. Приведены примеры построения эпюр внутренних усилий и определения прочностных характеристик при различных внешних воздействиях.

Дана необходимая информация о механических характеристиках материалов.

Предназначены для использования в курсе прикладной механики студентами технических факультетов дневной формы обучения. Могут быть полезны студентам очно-заочной формы обучения.

УДК 539.3 (07)
ББК В251.62я7

Рецензент: старший научный сотрудник кафедры Прикладная математика СПбПУ, канд. техн. наук И. В. Штурц.

Утверждено
редакционно-издательским советом университета
в качестве учебно-методического пособия

ISBN 00

© СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2016

ВВЕДЕНИЕ

Многие технические системы можно представить как систему соединенных между собой тел, которые моделируют стержнями. Внешние воздействия на такую систему вызывают деформации ее составляющих и приводят к возникновению в них механических напряжений. В дальнейшем для анализа напряженно-деформированного состояния будет использоваться стержневая расчетная схема.

Решение любой задачи начинают с выбора системы координат. Обычно используют декартову систему координат: ось x направляют вдоль оси стержня, а направления осей y и z выбирают так, чтобы при взгляде с конца оси z поворот от x к y был против часовой стрелки.

Внутренние усилия определяют с помощью метода сечений. Мысленно проведенное перпендикулярно оси стержня сечение разделяет систему на две части. Для одной отсеченной части внешняя нормаль к сечению совпадает с направлением координатной оси x, для другой – направлена в сторону, противоположную оси x.

Действие отброшенной части на рассматриваемую заменяется системой внутренних сил, действующих в сечении. При выполнении статического анализа такую систему сил удобно заменить простейшей статически эквивалентной системой, приведенной к геометрическому центру сечения, – главным вектором внутренних сил и главным моментом внутренних сил. Компоненты (проекции на координатные оси) этих векторов имеют соответствующий физический смысл и следующие названия: N – нормальная (осевая, или продольная) сила; Q_y, Q_z – поперечные (перерезывающие) силы; M_x – крутящий момент; M_y, M_z – изгибающие моменты. Их называют внутренними усилиями. В общем случае нагружения в сечениях стержней возникают шесть внутренних усилий. Внутренним усилиям присваивают знак в соответствии с принятым правилом знаков.

Правило знаков для внутренних усилий:

1. Если внешняя нормаль к сечению совпадает по направлению с осью x, то положительными считаются силы N, Q_y, Q_z, совпадающие по направлению с соответствующими осями координат, и моменты M_x, M_y, M_z, создающие вращение против часовой стрелки, если смотреть с конца соответствующей оси.

2. Если внешняя нормаль к сечению имеет направление, обратное оси *x*, то положительными считаются внутренние усилия, направленные противоположно соответствующим осям координат.

1. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ

При решении практических задач возникает необходимость исследовать опасные состояния систем, вызванные нагружением. С этой целью строят эпюры внутренних усилий (графики функций от координаты на оси стержня), которые наглядно показывают распределение внутренних усилий по длине стержней. Построение эпюр является важным и наиболее трудоемким этапом оценки прочности и жесткости конструкций.

При построении эпюр внутренних усилий необходимо знать закон их распределения по длине стержня при переменной внешней нагрузке. Рассмотрим стержень, нагруженный распределенной нагрузкой в направлении его оси, относительно оси и перпендикулярно оси (рис. 1.1). В данном случае

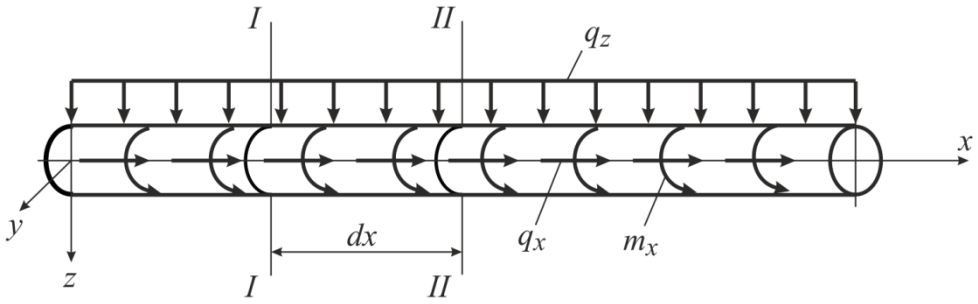


Рис. 1.1

стержень испытывает одновременно деформации растяжения – сжатия, кручения и плоско-поперечного изгиба. Выделим из стержня элемент длиной *dx* и рассмотрим условия равновесия под действием различных внешних сил. Вследствие малости длины этого элемента силы и моменты можно считать равномерно распределенными. Если стержень находится в состоянии статического равновесия, то и выделенный элемент тоже будет статически уравновешен. Используя принцип суперпозиции, рассмотрим равновесие выделенного элемента (составим уравнения равновесия) отдельно от каждой распределенной внешней нагрузки.

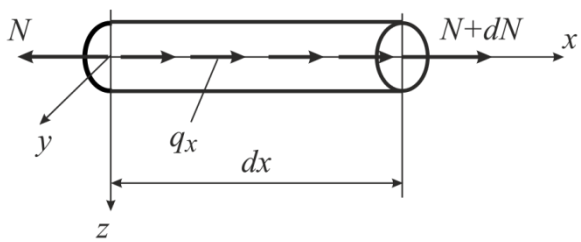


Рис. 1.2

На рис. 1.2 представлен элемент

стержня длиной *dx*, на который действует только распределенная нагрузка, направленная вдоль оси. В левой части сечения действует нормальная сила *N*. При переходе от сечения к сечению эта сила получает некоторое приращение *dN*. Условие статического равновесия элемента запишем в виде $\sum_{i=1}^{n} X_i = 0$ (проекция всех сил на ось *x* равна нулю). Раскроем это условие:

$$-N + q_x dx + N + dN = 0.$$

Между нормальной силой *N* и внешней силой q_x существует дифференциальная зависимость: $\frac{dN}{dx} = -q_x$.

На участке стержня, где действуют внешние распределенные силы, нормальная сила изменяется по линейному закону.

На рис. 1.3 показан элемент стержня длиной *dx*, находящийся только под действием распределенного внешнего момента m_x. В левом сечении стержня действует крутящий момент M_x, а в правом сечении – момент $M_x + dM_x$. Уравнение статического равновесия элемента стержня имеет вид $\sum_{i=1}^{n} M_i^x = 0$ (сумма моментов всех сил относительно оси *x* равна нулю) или $-M_x + m_x dx + M_x + dM_x = 0.$

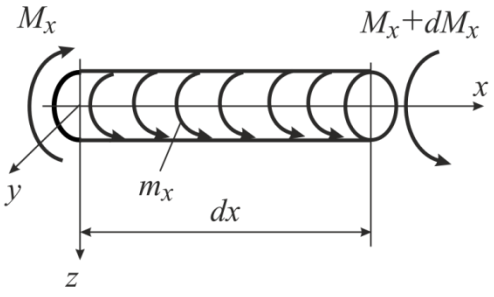


Рис. 1.3

Дифференциальная зависимость между крутящим моментом M_x и внешним распределенным моментом m_x определяется выражением $\frac{dM_x}{dx} = -m_x$.

На участке стержня, где действует распределенный внешний момент, крутящий момент M_x изменяется по линейному закону.

На рис. 1.4 представлен элемент стержня длиной *dx*, подвергающийся действию внешней распределенной силы, направленной вдоль оси *z*. Условия статического равновесия элемента стержня можно записать в виде уравнений

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = 0;\ -Q_z + q_z dx + Q_z + dQ_z = 0 \qquad (1.1)$$

(сумма проекций на ось z всех сил, которые действуют на элемент стержня, равна нулю), и

$$\sum_{i=1}^{n} M_i^{(y,\,A)} = 0; \quad -M_y - Q_z dx + q_z \frac{(dx)^2}{2} + M_y + dM_y = 0, \tag{1.2}$$

т. е. сумма моментов всех сил, действующих на элемент стержня, относительно оси координат y в точке A на конце элемента стержня должна равняться нулю.

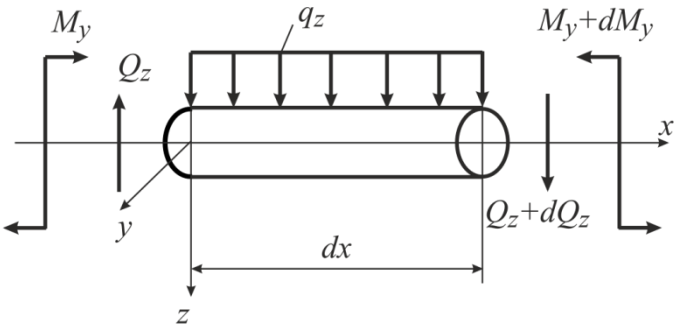


Рис. 1.4

Из уравнений (1.1) получим:

$$\frac{dQ_z}{dx} = -q_z. \tag{1.3}$$

Если пренебречь величиной второго порядка малости $q_z \frac{(dx)^2}{2}$, в выражениях (1.2), можно записать:

$$\frac{dM_y}{dx} = Q_z. \tag{1.4}$$

Можно также связать изгибающий момент с внешней нагрузкой, для чего выражение (1.4) продифференцируем по x:

$$\frac{dQ_z}{dx} = \frac{d^2M_y}{dx^2} = -q_z. \tag{1.5}$$

Если внешние силы действуют в плоскости xOy, получим аналогичные выражения:

$$\frac{dQ_y}{dx} = -q_y; \quad \frac{d^2M_z}{dx^2} = q_y. \tag{1.6}$$

Из уравнения (1.3) следует, что на участке стержня, где действует внешняя распределенная сила, перерезывающая сила изменяется по линейному

закону, а уравнения (1.5), (1.6) показывают, что на этом участке изменение изгибающего момента подчиняется нелинейному (параболическому) закону.

Рекомендуется следующий общий порядок построения эпюр внутренних усилий для статически определимых задач.

1. Выбрать декартову систему координат *Oxyz* так, чтобы поворот от оси *x* к оси *y* был против часовой стрелки, если смотреть с конца оси *z*.

2. Вычислить реакции опор или неизвестные параметры внешней нагрузки из условий статического равновесия (равенства нулю проекций всех сил на оси *x*, *y*, *z* и всех моментов относительно этих же осей).

3. Определить грузовые участки (интервалы непрерывности функций внутренних усилий). Признаком начала нового грузового участка является появление в соответствующей точке новой нагрузки или окончание старой (например, распределенной нагрузки q).

4. Используя метод сечения, для каждого грузового участка записать выражения внутренних усилий. Для записи уравнений следует воспользоваться условиями статического равновесия. В сечении вместо отброшенной части стержня следует показать положительные в соответствии с правилом знаков внутренние усилия.

5. Построить эпюры внутренних усилий. Эпюры строятся в соответствии со схемой нагружения.

В дальнейшем при рассмотрении примеров задач будет применяться указанный порядок построения эпюр.

В частных случаях нагружения число внутренних усилий, подлежащих определению, может быть различно (при растяжении–сжатии одно – нормальная сила *N*, при кручении также одно – крутящий момент M_x, при плоско-поперечном изгибе два – изгибающий момент M_y и перерезывающая сила Q_z (M_z и Q_y в другой плоскости соответственно)).

По найденным выражениям внутренних усилий можно рассчитывать напряжения и перемещения стержня. Основные зависимости для анализа напряженно-деформированного состояния стержней приводятся в каждом из разделов.

Во всех расчетах предполагается, что материал стержней однородный, изотропный, упруго деформируемый, не имеет дефектов и микротрещин (сплошной).

2. АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ–СЖАТИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ, РАССМАТРИВАЕМЫХ ПО СТЕРЖНЕВОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЕ

При осевой деформации стержней, нагруженных вдоль оси x, в сечениях возникает только нормальная сила $N(x)$. Деформации растяжения соответствуют положительные значения нормальной силы, а деформации сжатия – отрицательные.

При выполнении инженерных расчетов предполагают, что нормальные напряжения σ_x равномерно распределены по поперечному сечению стержня F и вычисляются по формуле $\sigma_x = \frac{N}{F}$. Функция перемещения $u(x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $\frac{du}{dx} = \frac{N(x)}{EF}$. Перемещение в направлении оси x сечения, расположенного на расстоянии x от начала координат, определяют по формуле

$$u(x) = u(c) + \int_c^x \frac{N(x)dx}{EF},$$

где c – координата сечения с известным перемещением.

Пример 1. На рис. 2.1 приведена стержневая расчетная схема элемента конструкции постоянного поперечного сечения $F = 2 \cdot 10^{-4}$ м^2: l_1 = 0,1 м; l_2 = 0,2 м; l_3 = 0,1 м. На стержень действуют внешние силы: P_1 = 10 Н; P_2 = 15 Н; q = 100 Н/м. Модуль нормальной упругости материала, из которого изготовлен стержень, E = 200 ГПа.

Требуется: 1) построить эпюры нормальной силы N и перемещения u точек сечения стержня; 2) определить максимальное значение нормального напряжения σ_x, нормальное и касательное напряжения на площадке, составляющей угол α =45° с осью x в точке с координатой $x = l_1 + l_2$; 3) найти главные напряжение в этой же точке.

Решение. Выберем начало системы координат в заделке. Направим ось x вдоль оси стержня, а ось z – вниз (рис. 2.1). Ось стержня и внешние силы расположены в одной плоскости. В заделке в общем случае возникают три реакции опоры: A_V, A_H, M_A. Реакции определяем из уравнений статического равновесия:

$$\sum Z_i = 0 \Rightarrow A_V = 0,\ \sum X_i = 0 \Rightarrow -A_H + P_1 + ql_2 - ql_3 - P_2 = 0 \Rightarrow A_H = 5\ \text{Н},$$

$$\sum_i M_i^{(Y,A)} = 0 \Rightarrow M_A = 0.$$

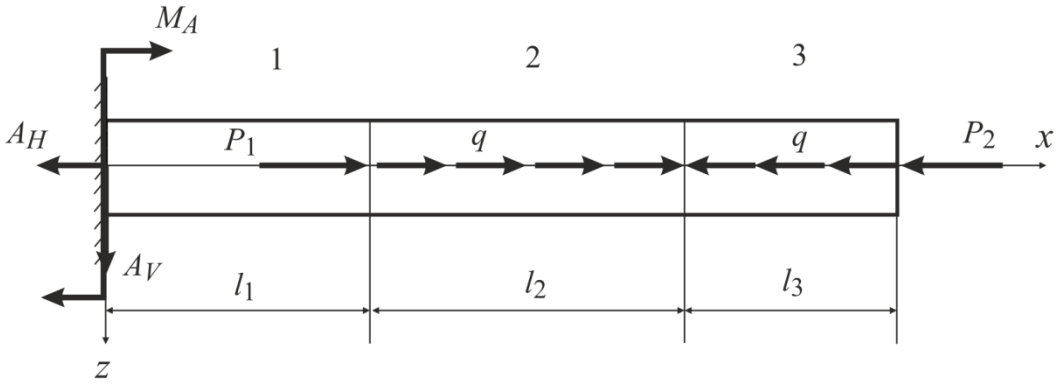


Рис. 2.1

В расчетной схеме три грузовых участка (три интервала изменения координаты x): (0, 0,1 м), (0,1 м, 0,3 м), (0,3 м, 0,4 м). Значения внутреннего усилия $N(x)$ для каждого грузового участка определяем из условий статического равновесия отсеченной части стержня.

Рассмотрим первый грузовой участок. Границы участка $0 < x < l_1$. Проведем сечение в пределах участка, не затрагивая его границы. Рассмотрим равновесие левой отсеченной части (рис. 2.2). На нее действует реакция опоры A_H и нормальная сила N, направление которой в соответствии с правилом знаков выбираем совпадающим с направлением внешней нормали $\bar{n}$ к сечению. Составим уравнение равновесия отсеченной части:

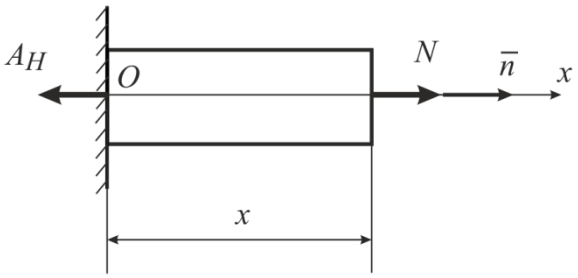


Рис. 2.2

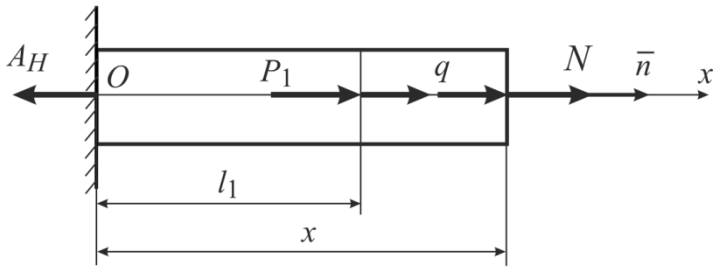


Рис. 2.3

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow -A_H + N = 0 \Rightarrow N = A_H = 5\ \text{Н}.$$

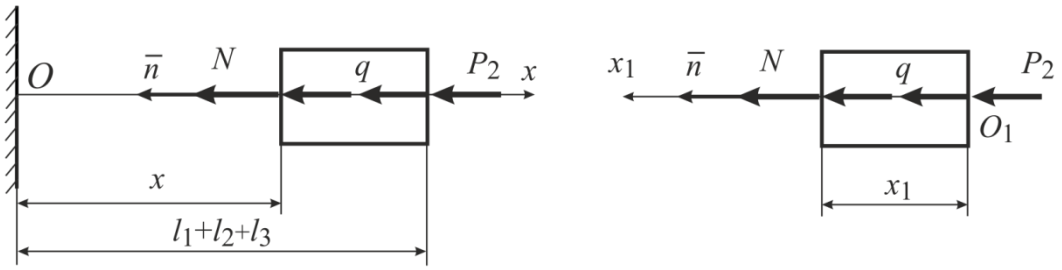
Проведем сечение на втором участке $l_1 < x < l_1 + l_2$. Составим уравнение равновесия верхней отсеченной части (рис. 2.3):

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow -A_H + P_1 + q(x - l_1) + N = 0 \Rightarrow N = A_H - P_1 - q(x - l_1).$$

Нормальная сила на границах участка: $N(l_1) = -5$ Н, $N(l_1 + l_2) = -25$ Н.

Проведем сечение на третьем участке $(l_1 + l_2 < x < l_1 + l_2 + l_3)$ и отбросим левую часть. Составим уравнение равновесия правой отсеченной части, не меняя выбранную систему координат (рис. 2.4, *а*):

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow -N - q(l_1 + l_2 + l_3 - x) - P_2 = 0 \Rightarrow N = -q(l_1 + l_2 + l_3 - x) - P_2.$$



а *б*

Рис. 2.4

На границах участка: $N(l_1 + l_2) = -25$ Н, $N(l_1 + l_2 + l_3) = -15$ Н.

Можно поступить по-другому: введем новую систему координат. Начало выберем в точке O_1, ось x_1 направим влево (рис. 2.4, *б*); $0 < x_1 < l_3$. Уравнение равновесия примет вид:

$$N + qx_1 + P_2 = 0 \Rightarrow N = -qx_1 - P_2 \Rightarrow N(0) = -25\,\text{Н},\ N(l_3) = -15\,\text{Н}.$$

По результатам расчета построим эпюру нормальной силы N (рис. 2.5). Эпюру строим рядом с расчетной схемой, что позволяет иметь наглядное представление о характере изменения нормальной силы вдоль оси стержня. Проводим линию (основание эпюры), параллельную оси стержня. Перпендикулярно этой линии в сечениях, где подсчитаны значения N, откладываем их в выбранном масштабе. Ординаты, соответствующие этим значениям, соединяем прямыми линиями (N линейно зависит от x). Положительные и отрицательные значения N откладываем по разные стороны от основания эпюры. На поле эпюры ставим знак усилия ("+" или "–"), заключая его в окружность. Проставляем значения N в характерных точках (граничных и экстремальных). Эпюру штрихуем перпендикулярно ее основанию. Рядом с эпюрой ставим знак, указывающий обозначение исследуемой функции: N.

Определим величину максимального по модулю нормального напряжения, воспользовавшись эпюрой N: $|\sigma_x|_{\max} = \dfrac{|N|_{\max}}{F} = \dfrac{|-25|}{2\cdot 10^{-4}} = 125$ кПа. Максимальное по модулю нормальное напряжение на границе второго и третьего участка.

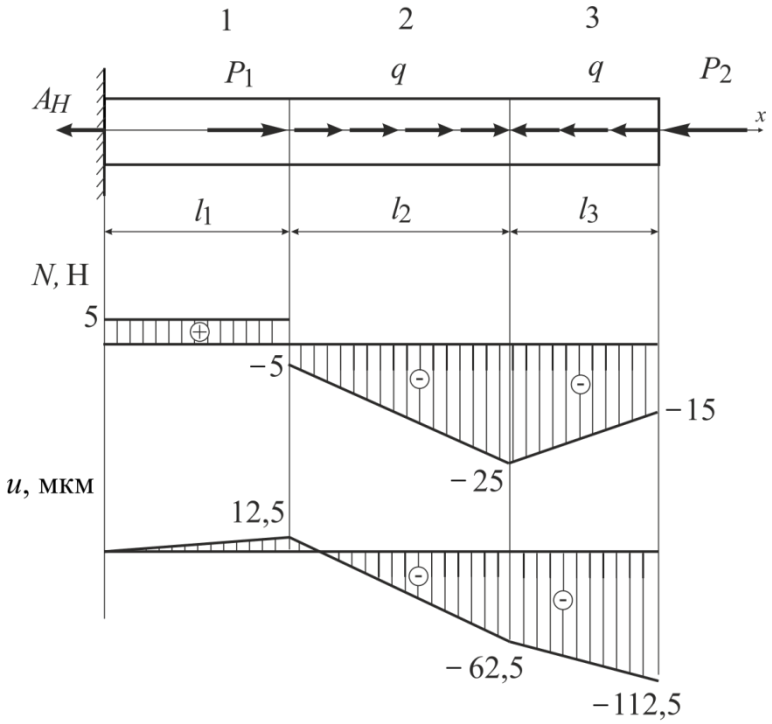


Рис. 2.5

Перемещения в сечениях стержня вдоль оси x будем рассчитывать, начиная от опоры, где $u(0) = 0$. 1). Перемещение конца первого участка относительно опоры: $u(l_1) = u(0) + \int\limits_0^{l_1} \dfrac{N(x)dx}{EF} = 12{,}5\cdot 10^{-6}$ м; 2) поскольку при деформации стержень остается сплошным, перемещение начала второго участка равно перемещению конца первого. Перемещение конца второго участка относительно опоры $u(l_1 + l_2) = u(l_1) + \int\limits_{l_1}^{l_1+l_2} \dfrac{N(x)dx}{EF} =$

$$= 12{,}5\cdot 10^{-6} + \frac{1}{200\cdot 10^{6}\cdot 2\cdot 10^{-4}} \int\limits_{0{,}1}^{0{,}3} (5 - 100x)dx = -62{,}5\cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Аналогично перемещение конца третьего участка относительно опоры

$$u(l_1+l_2+l_3)=u(l_1+l_2)+\frac{1}{EF}\int\limits_{l_1+l_2}^{l_1+l_2+l_3}N(x)dx=$$

$$=-62{,}5\cdot10^{-6}+\frac{1}{200\cdot10^{6}\cdot2\cdot10^{-4}}\int\limits_{0{,}3}^{0{,}4}(-55+100x)dx=-112{,}5\cdot10^{-6}\ \textit{м}.$$

Эпюра перемещения u показана на рисунке рис. 2.5.

Определим напряжения в окрестности точки сечения с координатой $x = l_1 + l_2$ на площадке, составляющей угол $\alpha = 45°$ с осью x. В этой точке $\sigma_x = 125$ кПа. Нормальные σ_n и касательные τ_{nk} напряжения на этой площадке: $\sigma_n=\sigma_x\cdot\cos^2\alpha=62{,}5$ кПа, $\tau_{nk}=\frac{\sigma_x}{2}\sin2\alpha=62{,}5$ кПа. Главные напряжения: $\sigma_{1,3}=0{,}5(\sigma_x\pm|\sigma_x|)$, $\sigma_1 = \sigma_x = 125$ кПа, $\sigma_3 = 0$.

В сечении только одно главное напряжение не равно нулю – реализуется линейное напряженное состояние.

Задание 1. На рис. 2.6 приведены расчетные схемы, в табл. 2.1 – геометрические параметры и внешние силы, вызывающие растяжение – сжатие стержней, изготовленных из стали марки Ст5. Требуется:

1. Определить реакции связей опоры.

2. Используя метод сечений, записать уравнения внутреннего усилия N на каждом грузовом участке.

3. Записать уравнения для определения нормального напряжения σ_x на каждом грузовом участке.

4. Записать уравнения для определения перемещения u на каждом грузовом участке.

5. Построить эпюры N, σ_x, u.

6. Определить положение опасного сечения.

7. Определить нормальное и касательное напряжения на площадке, составляющей угол $\alpha = 30°$ с осью стержня в опасном сечении.

Задачу решить с учетом собственного веса стержня. Механические характеристики стали Ст5 приведены в прил. 1.

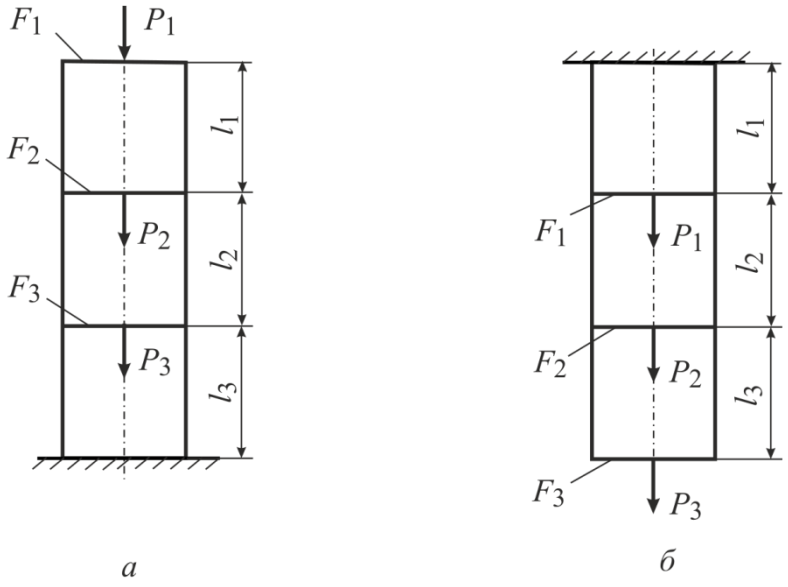


Рис. 2.6

Таблица 2.1

Вариант	Схема, рис. 2.6	Длина участка, м			Внешняя сила, Н			Площадь сечения участка, см^2		
		l_1	l_2	l_3	P_1	P_2	P_3	F_1	F_2	F_3
1	*а*	0,3	0,6	0,3	100	–500	200	12	8	10
2	*а*	0,4	0,4	0,5	200	400	–100	14	10	12
3	*б*	0,8	0,5	0,3	300	–200	250	5	4	5
4	*б*	0,7	0,7	0,7	–500	–200	300	6	3	5
5	*а*	0,5	0,4	0,7	150	300	–200	3	4	5
6	*а*	0,2	0,2	0,5	250	250	400	7	5	4
7	*б*	0,2	0,4	0,25	–200	800	300	6	4	3
8	*б*	0,3	0,3	0,5	–200	600	400	5	4	3
9	*а*	0,2	0,3	0,5	–100	500	200	4	5	4
10	*а*	0,4	0,3	0,3	200	–400	300	4	3	4
11	*б*	0,5	0,4	0,2	300	200	–300	3	5	4
12	*б*	0,5	0,3	0,2	250	150	–200	5	4	3
13	*а*	0,6	0,4	0,2	–200	400	100	4	2	7
14	*а*	0,7	0,4	0,3	–300	–400	500	3	5	8
15	*б*	0,3	0,4	0,3	–250	250	100	5	3	4
16	*б*	0,2	0,3	0,4	–200	800	400	6	4	3
17	*а*	0,5	0,4	0,3	100	–150	200	4	6	4
18	*а*	0,6	0,7	0,8	200	–300	400	6	5	4
19	*б*	0,8	0,8	0,6	–150	300	400	8	6	4
20	*б*	0,4	0,3	0,2	300	–600	400	6	7	8
21	*а*	0,3	0,4	0,2	200	100	–500	10	12	13
22	*а*	0,5	0,3	0,5	700	–400	–600	11	10	8
23	*б*	0,2	0,3	0,2	400	500	–200	12	10	12

Окончание табл. 2.1

Вариант	Схема, рис. 2.6	Длина участка, м			Внешняя сила, Н			Площадь сечения участка, см^2		
		l_1	l_2	l_3	P_1	P_2	P_3	F_1	F_2	F_3
24	*б*	0,4	0,3	0,4	–600	–200	300	10	12	14
25	*а*	0,3	0,5	0,4	–200	–500	100	8	10	12

3. АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ КРУЧЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ, РАССМАТРИВАЕМЫХ ПО СТЕРЖНЕВОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЕ

В стержне, испытывающем деформацию кручения, в поперечных сечениях возникают касательные напряжения: $\tau_x = \dfrac{M_x}{W_k}$, $W_k = \dfrac{J_p}{\rho_{\max}}$,

где W_k – момент сопротивления при кручении, м^3; J_p – полярный момент инерции, м^4; $\rho_{\max}$ – максимальное расстояние от оси стержня до наружной поверхности, м.

Связь между углами поворота сечения (углами закручивания) и внутренними усилиями определяет соотношение

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_x}{GJ_p},$$

где φ – абсолютный угол закручивания сечения, рад; x – координата, рассматриваемого сечения, м; G – модуль упругости при сдвиге, Па.

Пример 2. Схема нагружения стержня представлена на рис. 3.1. Длины участков $l_1 = l_2 = l_3 = 1$ м, крутящие моменты $M_1 = 100$ Н·м, $M_2 = 200$ Н·м, интенсивность крутящего момента $m = 150$ Н·м/м, допустимое касательное напряжение $[\tau] = 80$ МПа, модуль нормальной упругости материала $E = 210$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}27$.

Требуется: 1) построить эпюру крутящего момента; 2) из условия прочности определить диаметр круглого стержня D; 3) найти полный угол закручивания стержня.

Решение. Момент в опоре M_O определяем из условия равновесия

$$\sum_i M_i^{(x,O)} = 0,\ M_O = M_1 + ml_3 - M_2 = 50\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

На расчетной схеме три грузовых участка (интервала изменения координаты x: (0, l_1), (l_1, $l_1 + l_2$), ($l_1 + l_2$, $l_1 + l_2 + l_3$)). На каждом грузовом участке рассекаем стержень плоскостью, перпендикулярной его оси, и отбрасываем:

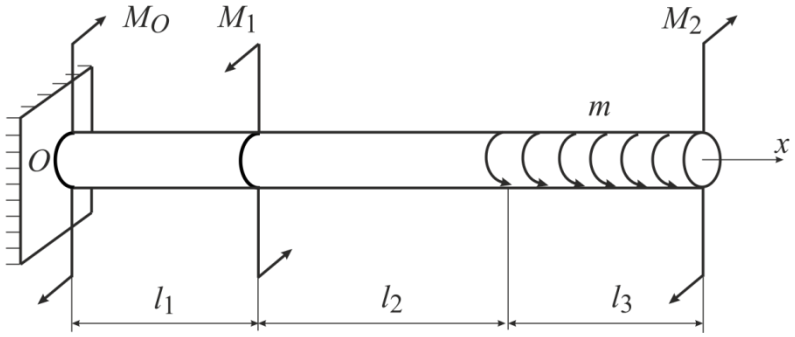
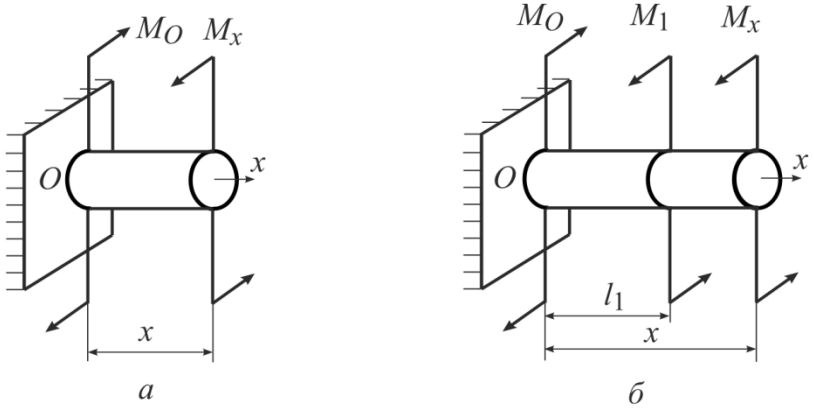


Рис. 3.1

правую часть – для первого и второго участков (рис. 3.2, *а* и *б* соответственно); левую часть – для третьего (рис. 3.3). В каждом сечении показываем по-



а *б*

Рис. 3.2

ложительное по правилу знаков внутреннее усилие – крутящий момент M_x. Значение крутящего момента для каждого грузового участка определяем из условий статического равновесия рассматриваемой отсеченной части:

1) на первом грузовом $-M_O + M_x = 0$, $M_x = M_O = 50\ \text{Н}\cdot\text{м}$;

2) на втором участке крутящий момент $M_x = M_O - M_1 = -50\ \text{Н}\cdot\text{м}$;

3) на третьем участке $M_x = m(l_1 + l_2 + l_3 - x) - M_2 = 250 - 150x$;

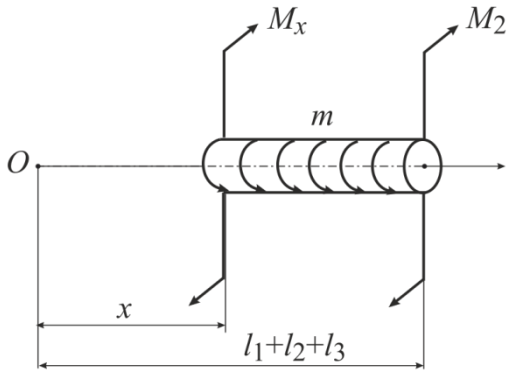


Рис. 3.3

$M_x(l_1+l_2)=-50$ Н·м, $M_x(l_1+l_2+l_3)=-200$ Н·м.

По значению M_x на границах каждого участка строим эпюру крутящего момента (рис. 3.4).

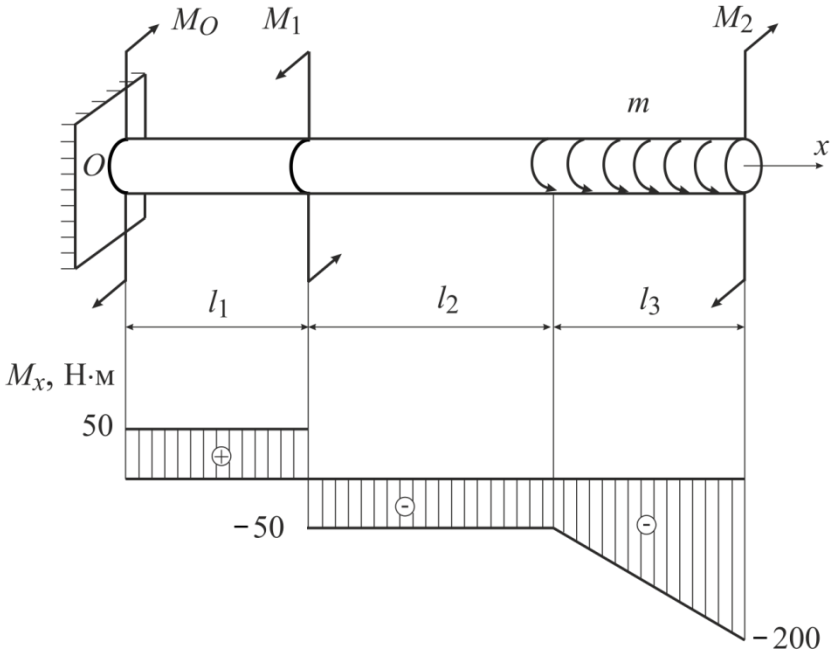


Рис. 3.4

Максимальное по модулю значение момента и соответственно касательного напряжения $|\tau_x|_{\max}=|M_x|_{\max}/w_k$ возникает в крайнем правом сечении, это – опасное сечение; w_k – момент сопротивления сечения при кручении: $w_k=\pi D^3/16$.

Минимальный диаметр стержня найдем из условия прочности:

$$|\tau_x|_{\max}=[\tau]\Rightarrow 16|M_x|_{\max}/\pi D^3=[\tau]\Rightarrow D=\sqrt[3]{16\left||M_x|_{\max}\right|/(\pi[\tau])}=2{,}34 \text{ см}.$$

Полученное значение следует округлить до ближайшего большего значения из ряда стандартных нормальных размеров (прил. 2): D = 2,4 см.

Функция угла закручивания φ стержня при граничном условии (закрепление левого сечения) $\varphi(0)=0$ является решением дифференциального уравнения $\dfrac{d\varphi}{dx}=\dfrac{M_x}{GJ_p}$: $\varphi(x)=\varphi(0)+\dfrac{1}{GJ_\rho}\int\limits_0^x M_x(x)dx$.

Найдем углы закручивания каждого из участков:

$$\varphi_1=\frac{1}{GJ_p}\int\limits_0^{l_1}50dx=\frac{50}{GJ_p},\quad x\in(0,l_1);$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{GJ_p}\int_{l_1}^{l_1+l_2} -50dx = -\frac{50}{GJ_p}, \quad x \in (l_1, l_1+l_2);$$

$$\varphi_3 = \frac{1}{GJ_p}\int_{l_1+l_2}^{l_1+l_2+l_3} (250-150x)dx = -\frac{125}{GJ_p}, \quad x \in (l_1+l_2,\ l_1+l_2+l_3).$$

Полный угол закручивания равен сумме углов закручивания на каждом участке: $\varphi_\Sigma = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = -125/(GJ_p)$.

Зная модуль нормальной упругости материала E и коэффициент Пуассона ν, найдем модуль сдвига: $G = E/(2(1+\nu)) = 82{,}7$ ГПа; полярный момент инерции – $J_p = \pi D^4/32 = 3{,}26 \cdot 10^{-8}$ м^4; полный угол закручивания $\varphi_\Sigma = -\,0{,}046$ рад.

Пример 3. Стержень закреплен с помощью двух шарниров и удерживается неподвижно с помощью момента M_2 (рис. 3.5). Длины участков

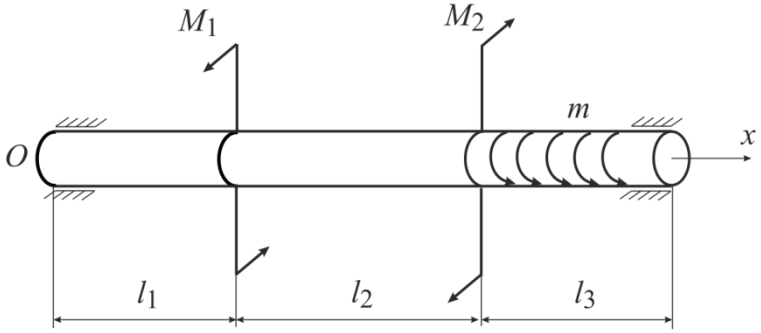


Рис. 3.5

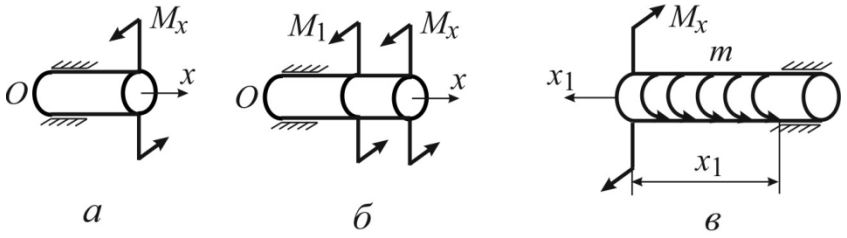
$l_1 = l_2 = l_3 = 2$ м, крутящий момент $M_1 = 200$ Н · м, интенсивность крутящего момента $m = 100$ Н · м/м.

Требуется построить эпюру крутящего момента.

Решение. В этом случае опорных реакций в шарнирах не возникает; решение задачи начинают с нахождения удерживающего момента M_2 из условия статического равновесия (отсутствия вращения): $M_2 = M_1 + ml_3 = 400$ Н · м.

Стержень имеет три грузовых участка. Для нахождения функции $M_x(x)$ воспользуемся методом сечения (рис. 3.6).

1) 1-й участок (рис. 3.6, *а*): $0 < x < l_1$. Уравнение равновесия имеет вид: $\sum_i M_i^{(x,\mathrm{O})} = 0;\ M_x = 0$.



а *б* *в*

Рис. 3.6

2) 2-й участок (рис. 3.6, *б*): $l_1 < x < l_1 + l_2$. Для этого участка уравнение равновесия имеет вид: $M_x + M_1 = 0$. Отсюда $M_x = -M_1 = 200$ Н·м.

3) 3-й участок. Введем новую систему координат x_1 (рис. 3.6, *в*). Тогда $0 < x_1 < l_3$. Запишем уравнение равновесия: $M_x - mx_1 = 0 \Rightarrow M_x = mx_1$. Значения крутящего момента на границах участка: $M_x(0) = 0,\ M_x(l_3) = 200$ Н·м.

Эпюра крутящего момента, построенная по результатам расчетов, показана на рис. 3.7.

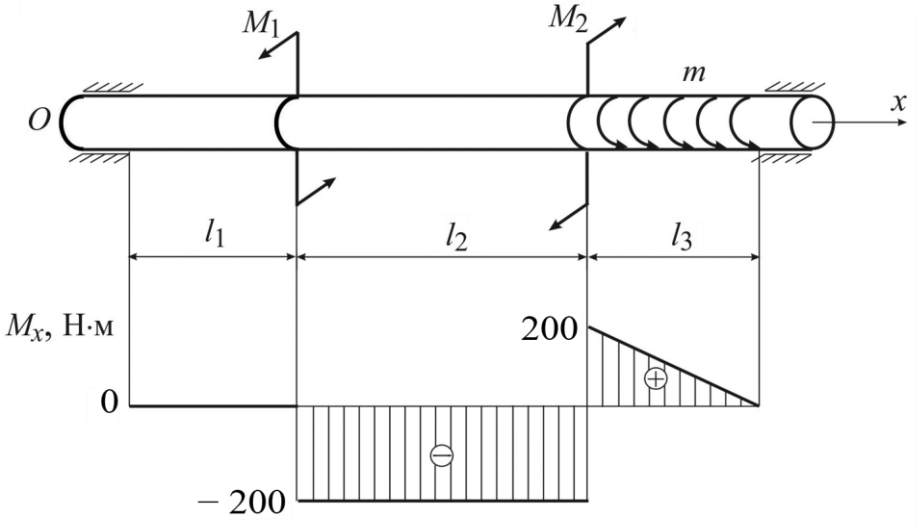
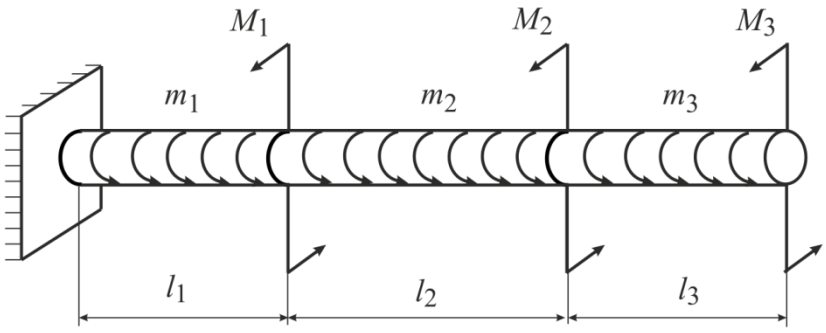


Рис. 3.7

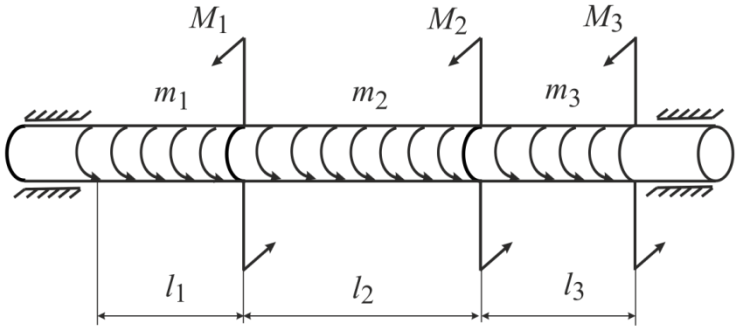
Задание 2. На рис. 3.8 и в табл. 3.1 приведены расчетные схемы, геометрические параметры и внешние силовые факторы, вызывающие кручение стержней.

Требуется: 1) определить реакцию опоры или неизвестный момент, отмеченный знаком "?"; 2) используя метод сечения, записать уравнения внутреннего усилия M_x на каждом грузовом участке; 3) построить эпюру M_x;

4) определить положение опасного сечения; 5) подобрать размеры круглого поперечного сечения вала, если $[\tau] = 10$ МПа; 6) определить угол закручивания крайнего правого сечения вала. Материал стержня – Сталь 10 (см. прил. 1).



а



б

Рис. 3.8

Таблица 3.1

Вариант	Схема, рис. 3.8	Длина участка, м			Сосредоточенный момент, Н·м			Распределенный момент, Н·м/м		
		l_1	l_2	l_3	M_1	M_2	M_3	m_1	m_2	m_3
1	*а*	0,1	0,1	0,2	0	50	0	0	10	0
2	*б*	0,1	0,3	0,1	–8	?	5	20	0	–50
3	*а*	0,3	0,1	0,1	0	–15	0	20	0	100
4	*б*	0,2	0,3	0,2	–7	6	?	20	0	–40
5	*б*	0,3	0,2	0,2	?	0	–2	20	–20	30
6	*б*	0,1	0,2	0,3	–4	?	3	20	–30	0
7	*а*	0,4	0,3	0,2	0	5	–4	10	–10	0
8	*б*	0,2	0,1	0,3	0	4	0	?	30	20
9	*б*	0,2	0,3	0,2	0	–8	6	–40	?	10
10	*а*	0,1	0,2	0,2	–8	10	5	0	0	–50
11	*а*	0,2	0,1	0,1	0	–15	0	0	100	100
12	*а*	0,1	0,1	0,2	–7	6	4	0	0	–40
13	*а*	0,1	0,3	0,1	6	0	–2	0	–20	30
14	*а*	0,2	0,2	0,2	–4	–4	3	50	0	0
15	*а*	0,2	0,3	0,1	0	10	30	10	20	0

Окончание табл. 3.1

Вариант	Схема, рис. 3.8	Длина участка, м			Сосредоточенный момент, Н·м			Распределенный момент, Н·м/м		
		l_1	l_2	l_3	M_1	M_2	M_3	m_1	m_2	m_3
16	*б*	0,2	0,1	0,4	60	0	?	20	0	0
17	*б*	0,2	0,2	0,1	?	0	0	–10	0	–10
18	*б*	0,1	0,1	0,4	–4	5	?	0	50	20
19	*б*	0,3	0,2	0,2	0	?	1	50	0	20
20	*б*	0,1	0,4	0,2	–6	–4	?	40	0	20
21	*а*	0,4	0,1	0,2	30	70	20	0	0	40
22	*а*	0,2	0,3	0,2	0	4	0	10	–10	10
23	*а*	0,3	0,2	0,2	0	–8	6	–40	30	0
24	*а*	0,1	0,2	0,3	8	0	0	–40	–40	10
25	*а*	0,4	0,3	0,2	–4	5	0	10	0	–10

4. АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ ПЛОСКОМ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ, РАССМАТРИВАЕМЫХ ПО СТЕРЖНЕВОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЕ

При плоском поперечном изгибе стержня внешние силы расположены в одной плоскости и действуют по нормали к его оси. Совместим с этой плоскостью оси *x, z* декартовой системы координат. В сечениях стержня возникнет поперечная сила Q_z и изгибающий момент M_y.

Дифференциальные уравнения равновесия элемента стержня устанавливают связь между внутренними и внешними силовыми факторами: $\frac{dQ_z}{dx} = -q_z$, $\frac{dM_y}{dx} = Q_z$. Эти уравнения используются для проверки правильности построения эпюр Q_z и M_y.

Пример 4. На рис. 4.1 приведена стержневая расчетная схема элемента

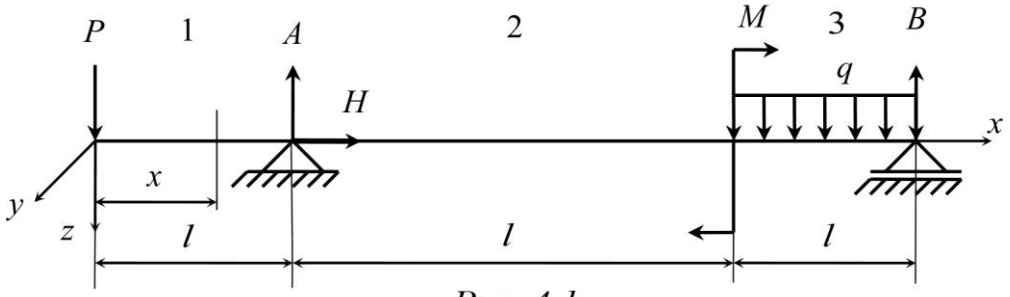


Рис. 4.1

конструкции постоянного поперечного сечения высотой $h = 12 \cdot 10^{-2}$ м и шириной $b = 6 \cdot 10^{-2}$ м. Стержень закреплен с помощью двух опор. На расстоянии $l = 0{,}2$ м от его левого конца расположена шарнирная неподвижная опо-

ра, а на расстоянии $3l$ – шарнирная подвижная опора. На стержень в плоскости *xoz* действуют внешние силы: q = 100 Н/м; $P = ql$; $M = ql^2$. Допускаемое напряжение материала стержня [σ] = 100 МПа.

Требуется: 1) построить эпюры поперечной силы Q_z и изгибающего момента M_y; 2) определить положение опасного сечения и значения наибольших нормальных и касательных напряжений; 3) проверить прочность стержня; 4) определить напряжения в точке C (z_C=h/4) сечения на площадке, составляющей угол α = 30° с осью x; 5) определить главные напряжения и положение главных площадок.

Решение. Обозначим реакции опор через A, H, B. Направления реакций выбираем произвольно. Запишем уравнения равновесия стержня:

$$\sum_i X_i = 0 \quad \Rightarrow \quad H = 0,$$

$$\sum_i M^{(y,A)} = 0 \quad \Rightarrow \quad Pl - M - 1{,}5ql^2 + 2Bl = 0 \Rightarrow B = 0{,}75ql,$$

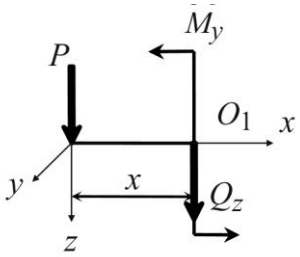


Рис. 4.2

$$\sum_i M^{(y,B)} = 0 \Rightarrow 3Pl - M + 0{,}5ql^2 - 2Al = 0 \Rightarrow A = 1{,}25ql.$$

У стержня три грузовых участка. Проведем сечение на первом грузовом участке. Рассмотрим равновесие левой отсеченной части стержня (рис. 4.2):

$$\sum_i Z_i = 0 \quad \Rightarrow \quad P + Q_z = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_z = -P = -ql = -20 \text{ Н},$$

$$\sum M^{(y,O_1)} = 0 \quad \Rightarrow \quad Px + M_y = 0 \quad \Rightarrow \quad M_y = -Px = -qlx.$$

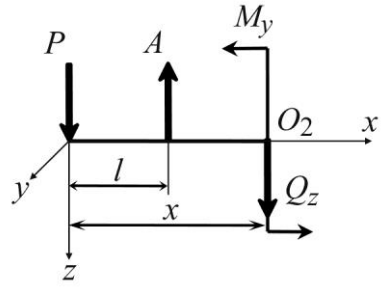


Рис. 4.3

Функция изменяется по линейному закону и принимает в граничных точках участка следующие значения: $M_y(0) = 0, \quad M_y(l) = -4 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Проведем сечение на втором грузовом участке. Рассмотрим равновесие левой отсеченной части стержня (рис. 4.3):

$$\sum_i Z_i = 0 \Rightarrow P - A + Q_z = 0 \Rightarrow Q_z = A - P = 5 \text{ Н};$$

$$\sum_i M^{(y,O_2)} = 0 \quad \Rightarrow \quad Px - A(x-l) + M_y = 0 \quad \Rightarrow \quad M_y = -Px + A(x-l).$$

Изгибающий момент изменяется по линейному закону и принимает в граничных точках участка следующие значения:

$$M_y(l) = -4\ \text{Н}\cdot\text{м}, \quad M_y(2l) = -0{,}75ql^2 = -3\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Проведем сечение на третьем грузовом участке. Сечение делит стержень на две части. Рассмотрим равновесие правой отсеченной части (рис. 4.4):

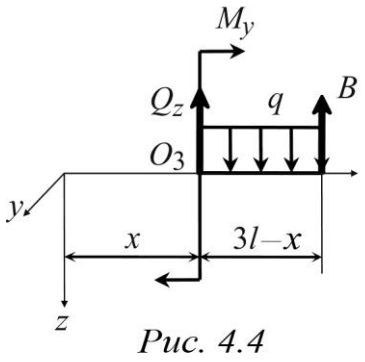


Рис. 4.4

$$\sum_i Z_i = 0 \quad \Rightarrow \quad -B + q(3l - x) - Q_z = 0,$$

$$Q_z = -B + q(3l - x);$$

$$\sum_i M^{(y,O_3)} = 0 \Rightarrow B(3l - x) - q(3l - x)^2 / 2 - M_y = 0,$$

$$M_y = B(3l - x) - q(3l - x)^2 / 2.$$

На этом участке поперечная сила меняет знак, значит экстремальное значение изгибающего момента M_y в сечении, где $Q_z = 0$:

$$\frac{dM_y}{dx_1} = Q_z = 0 \Rightarrow -B + q(3l - x); \Rightarrow x = 2{,}25l \Rightarrow M_y(2{,}25l) = 1{,}125\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

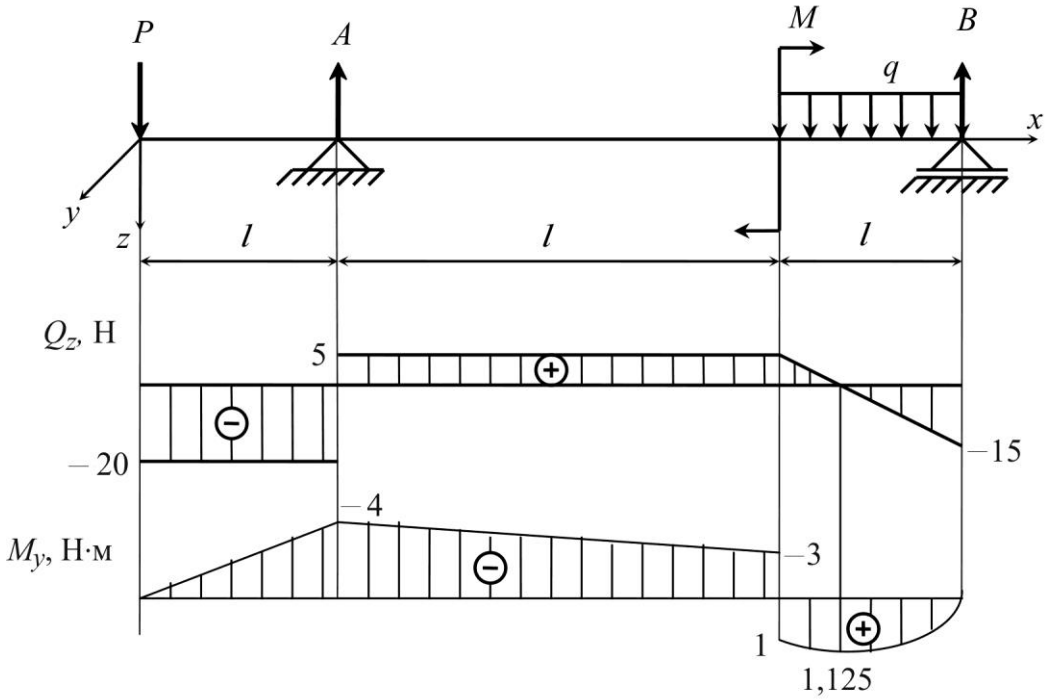


Рис. 4.5

На рис. 4.5 построены эпюры поперечной силы Q_z и изгибающего момента M_y. Следует отметить, что на эпюре M_y положительные значения принято откладывать вниз, отрицательные – вверх.

Опасным является сечение $x = l$, где $M_y = \left|M_y\right|_{\max} = 4\ \text{Н}\cdot\text{м}$ (рис. 4.5). Определим наибольшие нормальные напряжения в опасном сечении: $\sigma_{x\max} = \left|M_y\right|_{\max} / W_y = 0,278\cdot 10^5$ Па.

Проверим прочность стержня: $\sigma_{x\max} = 0,278\cdot 10^5\ \text{Па} < [\sigma] = 1\cdot 10^8$ Па. Условие прочности выполняется.

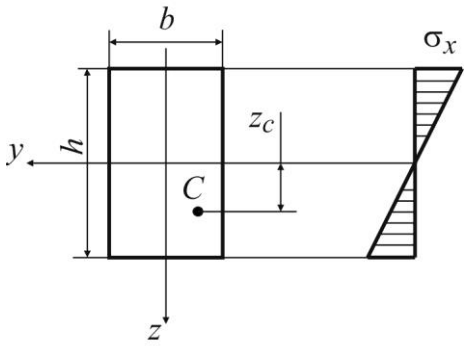


Рис. 4.6

Определим напряжения в точке C опасного сечения (рис. 4.6):

$$\sigma_x = \frac{M_{yc}}{J_y} z_c = -0,139\cdot 10^5\ \text{Па},$$

$$\tau_{xz} = \frac{Q_z S_y^*}{b_z J_y} = \frac{-20\dfrac{bh}{4}\dfrac{3h}{8}}{b\dfrac{bh^3}{12}} = -0,313\cdot 10^4\ \text{Па}.$$

Напряжения на площадке, составляющей угол $\alpha = 30°$ с осью x, определяем по формулам:

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha - \tau_{xz}\sin 2\alpha = -0,93\cdot 10^4\ \text{Па};$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xz}\cos 2\alpha = -0,76\cdot 10^4\ \text{Па}.$$

Определим главные напряжения в точке C:

$$\sigma_{1,3} = 0,5\left(\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xz}^2}\right).\ \sigma_1 = 0,65\ \text{кПа},\quad \sigma_3 = -14,5\ \text{кПа}.$$

Положение главных площадок находим, используя формулу:

$$\operatorname{tg} 2\beta = -\frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x} = -1,625 \quad \Rightarrow \quad 2\beta = -58,4° \quad \beta_1 = -29,2°, \quad \beta_2 = \beta_1 + 90°.$$

Пример 5. На рис. 4.7 приведена стержневая расчетная схема элемента конструкции постоянного поперечного сечения высотой h и шириной b; $h/b = 2$. Стержень закреплен с помощью заделки. На стержень в плоскости xoz действуют внешние силы: q = 200 Н/м; P = 100 Н; M = 50 Н · м. Длина участка стержня l =1 м. Допускаемое напряжение для материала стержня [σ]=200 МПа.

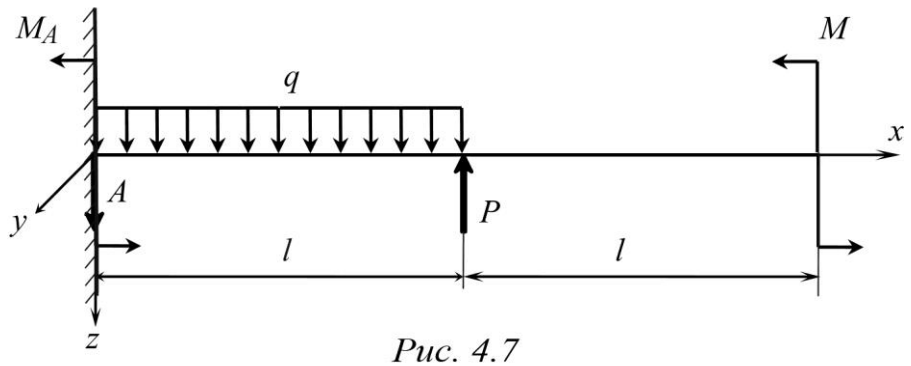


Рис. 4.7

Требуется: 1) построить эпюры поперечной силы Q_z и изгибающего момента M_y; 2) определить положение опасного сечения; 3) из условия прочности стержня определить размеры поперечного сечения b и h.

Решение. В заделке могут возникнуть реакции в виде горизонтальной и вертикальной сил и момента. Горизонтальная реакция в данном случае отсутствует, поскольку нет внешних сил, направленных вдоль оси x. Обозначим реакции в заделке через A и M_A. Для нахождения опорных реакций запишем уравнения равновесия стержня:

$$\sum_i Z_i = 0 \;\Rightarrow\; A + ql - P = 0 \;\Rightarrow\; A = -100\ \text{Н},$$

$$\sum_i M^{(y,A)} = 0 \quad\Rightarrow\quad M_A - ql^2/2 + Pl + M = 0 \quad\Rightarrow\quad M_A = -50\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

У стержня два грузовых участка.

1. Первый грузовой участок: $x \in (0, l)$. Проведем сечение на этом участке. В сечении изобразим внутренние усилия Q_z и M_A, положительные в соответствии с правилом знаков. Рассмотрим равновесие левой отсеченной части стержня (рис. 4.8):

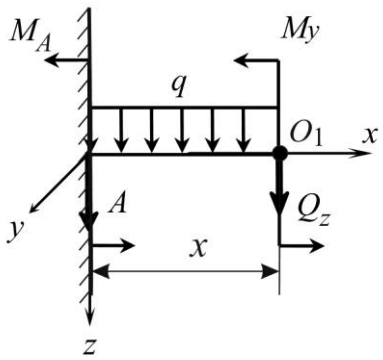


Рис. 4.8

$$\sum_i Z_i = 0 \;\Rightarrow\; A + qx + Q_z = 0 \;\Rightarrow\; Q_z = -A - qx.$$

Найдем значения перерезывающей силы на границах участка:

$$Q_z(0) = 100\ \text{Н},\ Q_z(l) = -100\ \text{Н}.$$

Запишем уравнение равновесия для моментов относительно точки O_1:

$$\sum_i M^{(y,O_1)} = 0 \;\Rightarrow\; M_y + M_A + qx^2/2 + Ax = 0;\; \Rightarrow\; M_y = -M_A - qx^2/2 - Ax.$$

На границах участка $M_y(0) = 50\ \text{Н}\cdot\text{м},\ M_y(l) = 50\ \text{Н}\cdot\text{м}$.

Найдем экстремум функции M_y (вершину параболы). Для этого приравняем нулю выражение для перерезывающей силы:

$$Q_z = -A - qx_э = 0 \ \Rightarrow\ x_э = -A/q = 0{,}5\ \text{м},$$

где $x_э$ – координата, соответствующая экстремуму (принадлежит данному грузовому участку). Экстремальное значение изгибающего момента $M_y(x_э) = 75\ \text{Н}\cdot\text{м}$.

Если $x_э$ не принадлежит данному грузовому участку, то экстремума M_y нет, и для построения эпюры нужна третья точка. Для этого следует вычислить значение изгибающего момента для любого $x \in (0, l)$.

2. Второй грузовой участок: $x \in (l, 2l)$. Проведем сечение на этом участке и отбросим левую часть. В сечении изобразим внутренние усилия Q_z и M_A, положительные в соответствии с правилом знаков (рис. 4.9). Рассмотрим равновесие правой отсеченной части стержня:

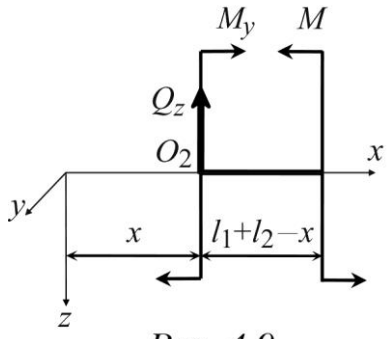


Рис. 4.9

$$\sum_i Z_i = 0 \Rightarrow -Q_z = 0;$$

$$\sum_i M^{(y,O_2)} = 0 \ \Rightarrow\ -M_y + M = 0;$$

$$M_y = M = 50\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Эпюры Q_z и M_A, построенные в соответствии с расчетами, показаны на рис. 4.10.

Определим положение опасного сечения. Опасным является сечение, в котором напряжение σ_x максимально по модулю. Максимальному напряжению соответствует точка, где $M_y = |M_y|_{\max}$. Координата опасного сечения $x = 0{,}5$ м, где $M_y = |M_y|_{\max} = 75$ Н · м (рис. 4.10).

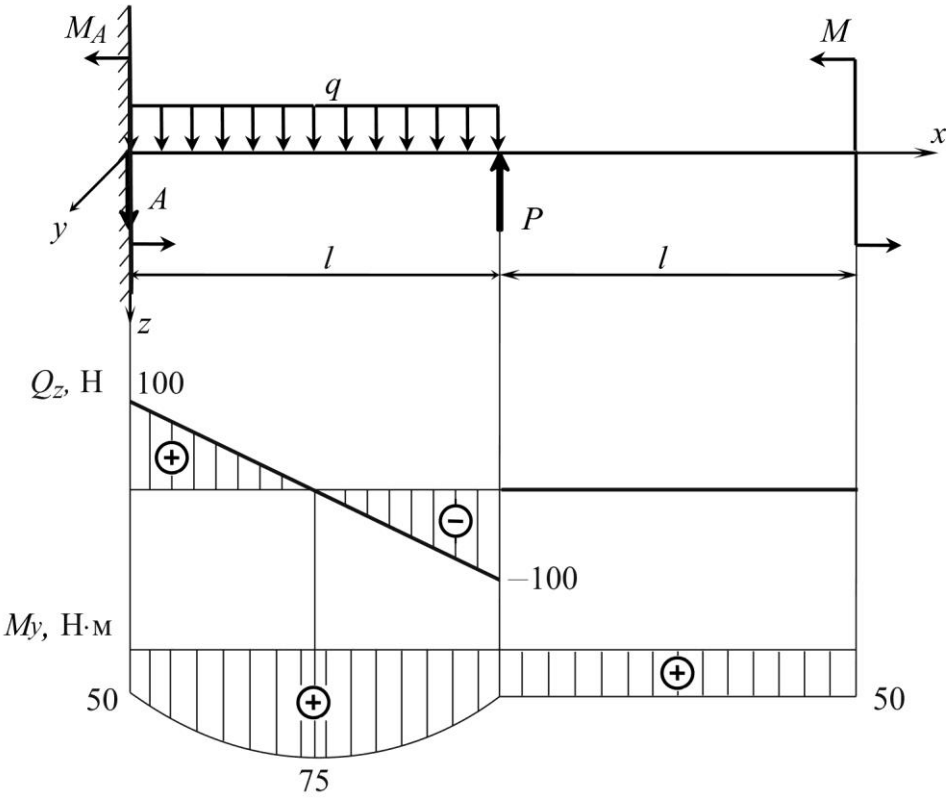
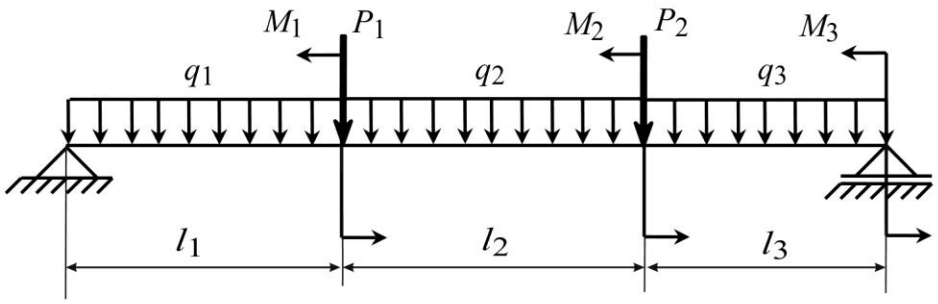


Рис. 4.10

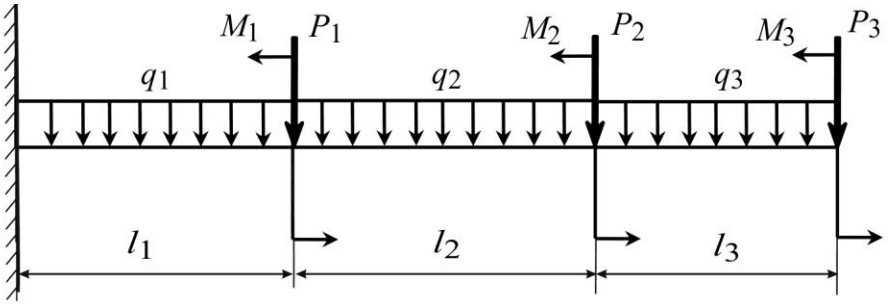
Рассчитаем из условия прочности размеры сечения стержня. Запишем условие прочности при изгибе: $\left|M_y\right|_{\max} \big/ W_{\text{и}} = [\sigma]$, где $W_{\text{и}}$ – момент сопротивления сечения при кручении ($W_{\text{и}} = bh^2 \big/ 6$ для прямоугольного сечения и $W_{\text{и}} = \pi r^3 \big/ 4$ для круглого). В нашем случае $6\left|M_y\right|_{\max} \big/ (bh^2) = [\sigma]$. С учетом условия h/b = 2 получим: $b = \sqrt[3]{\dfrac{3\left|M_y\right|_{\max}}{2[\sigma]}} = 0{,}83 \cdot 10^{-2}$ м, $h = 1{,}66 \cdot 10^{-2}$ м. Полученные значения конструктор должен округлить до ближайших больших значений из ряда стандартных нормальных размеров (прил.2):
b = 0,85 см, h = 1,7 см.

Задание 3. На рис. 4.11 и в табл. 4.1 и 4.2 приведены расчетные схемы, геометрические параметры и внешние силовые факторы, вызывающие плоский поперечный изгиб в стержнях.

Требуется: 1) определить опорные реакции; 2) используя метод сечений, записать уравнения внутренних усилий Q_z и M_y на каждом грузовом участке; 3) построить эпюры Q_z и M_y; 4) определить положение опасного сечения; 4) подобрать для четных вариантов размеры круглого поперечного сечения стержня, а для нечетных вариантов – прямоугольного поперечного сечения, если *h/b*= 2. Материал стержня – Сталь 10.



а



б

Рис. 4.11

Таблица 4.1

Вариант	Длина участка, м			Расчетная схема, рис. 4.11
	l_1	l_2	l_3	
1	0,4	0,1	0,3	*а*
2	0,4	0,3	0,2	*б*
3	0,3	0,2	0,1	*а*
4	0,4	0,2	0,2	*б*
5	0,3	0,2	0,3	*а*
6	0,2	0,2	0,2	*б*
7	0,1	0,3	0,1	*а*
8	0,1	0,2	0,1	*б*
9	0,2	0,2	0,3	*а*
10	0,4	0,1	0,2	*б*
11	0,1	0,2	0,2	*а*
12	0,2	0,2	0,2	*б*
13	0,3	0,1	0,2	*а*
14	0,3	0,4	0,2	*б*

Окончание табл. 4.1

Вариант	Длина участка, м			Расчетная схема, рис. 4.11
	l_1	l_2	l_3	
15	0,2	0,4	0,1	*а*
16	0,1	0,3	0,3	*б*
17	0,1	0,1	0,1	*а*
18	0,1	0,1	0,2	*б*
19	0,1	0,2	0,2	*а*
20	0,2	0,2	0,2	*б*
21	0,2	0,1	0,1	*а*
22	0,2	0,3	0,1	*б*
23	0,3	0,2	0,2	*а*
24	0,4	0,2	0,1	*б*
25	0,3	0,3	0,2	*а*

Таблица 4.2

Вари-ант	Сосредоточенная сила, Н			Сосредоточенный момент, Н·м			Распределенная сила, Н/м		
	P_1	P_2	P_3	M_1	M_2	M_3	q_1	q_2	q_3
1	–25	0	—	6	0	4	0	150	200
2	0	–70	–10	5	3	0	400	0	0
3	30	50	—	0	0	3	–100	0	200
4	0	–40	0	4	0	1	0	100	100
5	–50	10	—	0	0	–1	300	0	0
6	60	0	–40	0	4	0	300	–300	0
7	20	–50	—	–7	0	2	0	0	400
8	20	0	–30	0	2	6	0	0	150
9	0	–60	—	0	0	–3	100	–100	100
10	30	–30	30	5	0	0	100	120	0
11	40	–30	—	0	–6	0	50	0	0
12	–30	0	0	0	0	1,5	140	–90	0
13	50	0	—	0	–2	0	0	100	–80
14	20	–20	0	0	0	3	–200	300	0
15	0	40	—	0	0	4	–300	0	200
16	–40	0	–10	2	0	.0	200	0	160
17	0	20	—	0	–3	0	0	–130	–120
18	0	0	10	3	0	0	0	0	–110
19	30	20	—	0	–2	0	0	–300	60
20	0	20	10	0	–5	2	100	0	0
21	20	10	—	4	2	0	–200	0	0
22	–10	40	0	0	–5	4	300	0	–100
23	0	–50	—	5	0	0	0	150	100
24	40	0	–30	0	2	5	0	300	0
25	30	20	—	0	4	0	0	200	–200

Приложение 1. Механические характеристики конструкционных материалов

В таблице приняты следующие обозначения:

ρ – плотность материала;

α – температурный коэффициент линейного расширения материала;

$\sigma_т$ – предел текучести материала;

$[\sigma]$ – предельно допустимое нормальное напряжение;

$\sigma_в^+$ – временное сопротивление материала при растяжении;

$\sigma_в^-$ – временное сопротивление материала при сжатии;

E – модуль нормальной упругости (модуль Юнга) материала;

ν – коэффициент Пуассона.

Таблица

№	Материал	ρ, г/см^3	$\alpha \cdot 10^6$, K^{-1}	$\sigma_т$, МПа	$[\sigma]$, МПа	$\sigma_в^+$, МПа	$\sigma_в^-$, МПа	$E \cdot 10^{-5}$, МПа	ν
1	Медь М1, М2, М3	8,96	16,5	380	100	400	–	1,2	0,35
2	Ковар 29 НК	8,35	4,7…5,2	350	200	600	–	1,42	0,32
3	Никель НП-2	8,9	13	590… 740	–	630… 770	–	2,1	0,3
4	Сталь 10	7,86	11,9	250	130	400	–	2,1	0,28
5	Сталь СТ5	7,8	12,5	290	120	–	–	2,1	0,27
6	ЗИ-693	8,1	12	500	–	–	–	2	0,3
7	47НД	3	9,5	500	–	–	–	2	0,3
8	Латунь Л68, ДС59-1	8,4	18	160	–	400	–	0,9	0,4
9	Молибден МО	10,2	5,5	590	300	1400	–	3,2	0,31
10	Вольфрам	19,1	4,4	400… 560	–	800	–	4	0,17
11	Золото	19,3	14,4	–	–	122	–	0,84	0,38
12	Серебро	10,5	18,9	–	–	138	–	0,77	0,49
13	Платина	21,45	7,8	–	–	143	–	1,47	0,21
14	Свинец	11,36	28,9	50… 100	–	150… 180	–	0,18	–
15	Алюминий АЛ2	2,7	23,8	100	–	200	–	0,7	0,33
16	Псевдосплав	9	7	500	–	–	–	1,9	0,3
17	Ситалл АС-336	2,5	3	–	–	–	690	0,67	0,25
18	Ситалл СТ	7,49	7,6	–	–	–	630	0,77	0,3
19	Кремний	2,33	2,5…4,1	–	–	24	62	1,13	0,3
20	Германий GE	5,33	5,75	–	–	–	–	–	–

Окончание таблицы

№	Материал	ρ, г/см^3	$\alpha \cdot 10^6$, K^{-1}	$\sigma_т$, МПа	[σ], МПа	$\sigma_в^+$, МПа	$\sigma_в^-$, МПа	$E \cdot 10^{-5}$, МПа	ν
Керамика									
1	Алюмоксид 22ХС	3,6	6,1	–	–	130	1100	2,2	0,25
2	М7	3,65	7,9	–	–	83	600	2,04	0,22
3	Берилливая Вео	2,85	5,3…8,9	–	–	100	800	2,4	0,2
4	Поликор	3,96	7,8	–	–	250	–	3,92	3,92
5	А-995	3,5	7,5	–	–	100	980	3,8	3,8
Стекло									
1	Кварцевое	2,21	0,4…0,6	–	–	40	500	0,75	0,26
2	Молибденовое	–	4,1	–	–	60	600	0,5	0,25
3	Электровакуумное	–	5,2	–	–	–	–	0,66	0,22
4	С48-1	2,1	4,85	–	–	77	700	0,58	0,3
5	С48-2	2,3	4,8	–	–	20	300	0,58	0,29
6	С49-1	2,29	4,7	–	–	40	400	0,58	0,28
Припой									
1	Оксид олова	7,3	23,4	11.7	–	16	–	0,42	0,3
2	ПОИ и КС	8,2	29,7	–	30	23,9	–	0,3	0,29
3	ПОС-61	8,1	19	–	30…40	43	–	0,35	0,29
4	ПСР-72	10	16,1	–	60	46	–	0,3	0,3

Приложение 2. Ряды номинальных размеров по ГОСТ 6636–69

Ряд				Дополнительный размер
R_a 5	R_a 10	R_a 20	R_a 40	
1,0	1,0	1,0	1,0	
			1,05	
		1,1	1,1	
			1,15	
	1,2	1,2	1,2	1,25
			1,3	1,35
		1,4	1,4	1,45
			1,5	1,55
1,6	1,6	1,6	1,6	1,65
			1,7	1,75
		1,8	1,8	1,85
			1,9	1,95
	2,0	2,0	2,0	2,05
			2,1	2,15
		2,2	2,2	2,3
			2,4	
2,5	2,5	2,5	2,5	
			2,6	2,7
		2,8	2,8	2,9
			3,0	3,1
	3,2	3,2	3,2	3,3
			3,4	3,5
		3,6	3,6	3,7
			3,8	3,9
4,0	4,0	4,0	4,0	4,1
			4,2	4,4
		4,5	4,5	4,6
			4,8	4,9
	5,0	5,0	5,0	5,2
			5,3	5,5
		5,6	5,6	5,8
			6,0	6,2
6,3	6,3	6,3	6,3	6,5
			6,7	7,0
		7,1	7,1	7,3
			7,5	7,8
	8,0	8,0	8,0	8,2
			8,5	8,8
		9,0	9,0	9,2
			9,5	9,8

Оглавление

Введение 3
1. Построение эпюр внутренних усилий 4
2. Анализ напряженно-деформированного состояния при растяжении – сжатии элементов конструкций, рассматриваемых по стержневой расчетной схеме 8
3. Анализ напряженно-деформированного состояния при кручении элементов конструкций, рассматриваемых по стержневой расчетной схеме 14
4. Анализ напряженно-деформированного состояния при плоском поперечном изгибе элементов конструкций, рассматриваемых по стержневой расчетной схеме 20
Приложение 1 29
Приложение 2 30

Редактор Е. О. Веревкина

Подписано в печать 00.00.00. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Печ. л. 2,0.

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5